

### Problemlöseaufgabe (Klasse 5/6):

Ein Mann geht in eine Bar, bestellt ein Getränk und beginnt, mit dem Barkeeper zu sprechen. Während des Gesprächs erfährt der Kunde, dass der Barkeeper drei Kinder hat. „Wie alt sind denn deine Kinder?“ fragt er. Der Barkeeper antwortet: „Das Produkt ihres Alters ist 72“. Der Mann denkt eine Minute lang nach und sagt dann: „Das reicht nicht aus.“ Der Barkeeper antwortet: „Okay, wenn Sie nach draußen gehen und sich die Hausnummer ansehen, die über der Tür zur Bar hängt, sehen Sie die Summe ihres Alters.“ Der Mann geht nach draußen und kommt nach ein paar Minuten wieder herein und meint: „Das ist immer noch nicht genug Information.“ Der Barkeeper lächelt und sagt: „Mein Jüngster liebt Erdbeereis.“ Der Kunde denkt noch ein paar Minuten nach und sagt schließlich: „Jetzt weiß ich, wie alt sie sind.“ (Schmiedinger, J. (2019). Matherätsel für clevere Kids – Matherätsel und Knobelaufgaben für Kinder und Erwachsene. Unbekannt: Horizon Books. S. 35)

Finde heraus, wie alt die Kinder des Barkeepers sind!

Lösung:

Der Barkeeper nennt als ersten Hinweis, dass das Produkt des Alters der Kinder 72 ist. Da bekannt ist, dass der Barkeeper drei Kinder hat, müssen es auch je drei Faktoren sein, die 72 ergeben. Infolgedessen müssen nun alle Möglichkeiten des Produkts 72 mit drei Faktoren niedergeschrieben werden. Zur Erfassung der Faktoren sollte übersichtlich gearbeitet und systematisch vorgegangen werden, um wirklich alle Faktorkombinationen zu erhalten. Hier wird bei dem größten Faktoren 72 angefangen und daran weitergearbeitet. Dabei entstehen folgende Möglichkeiten, wenn gleiche Kombinationen nur in unterschiedlicher Reihenfolge gleich weggelassen werden:  $72 =$

$72 \times 1 \times 1$	$18 \times 2 \times 2$	$9 \times 8 \times 1$
$36 \times 2 \times 1$	$12 \times 6 \times 1$	$8 \times 3 \times 3$
$24 \times 3 \times 1$	$12 \times 3 \times 2$	$6 \times 6 \times 2$
$18 \times 4 \times 1$	$9 \times 4 \times 2$	$6 \times 4 \times 3$

Es entstehen zwölf Möglichkeiten, die das Alter der drei Kinder beschreiben könnten. Weiter geht es mit dem zweiten Hinweis. Der Barkeeper sagt, dass die Hausnummer der Bar, die Summe ihres Alters ist. Nun muss also die Summe der oben aufgeführten Kombinationen ausgerechnet werden. Diese sind in untenstehender Tabelle aufgeführt.

$72 + 1 + 1 = 74$	$18 + 2 + 2 = 22$	$9 + 8 + 1 = 18$
$36 + 2 + 1 = 39$	$12 + 6 + 1 = 19$	$8 + 3 + 3 = 14$
$24 + 3 + 1 = 28$	$12 + 3 + 2 = 17$	$6 + 6 + 2 = 14$
$18 + 4 + 1 = 23$	$9 + 4 + 2 = 15$	$6 + 4 + 3 = 13$

Nun gibt es zwei Möglichkeiten, die die gleiche Summe (14) haben: 8, 3, 3 und 6, 6, 2. Deshalb sagt der Mann auch, dass dieser Hinweis immer noch nicht ausreicht, um das Alter der Kinder zu bestimmen. Im letzten Hinweis sagt der Barkeeper, dass der Jüngste Erdbeereis liebt. Daraus schlussfolgernd muss ein Kind jünger sein, als die anderen und das trifft nur bei der Möglichkeit 6, 6, 2 zu. Die Lösung lautet demnach: die Kinder sind 6 Jahre alt, 6 Jahre alt und 2 Jahre alt.

#### Einordnung in die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen:

inhaltsbezogene mathematische Standards

- hauptsächlich L1 – Zahlen und Operationen
  - Zusammenhänge zwischen den vier Grundrechenoperationen im Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis eine Million beschreiben und Rechenstrategien, -verfahren, -regeln und Gesetze der Grundrechenoperationen im selben Zahlenbereich situationsangemessen nutzen können (Niveaustufe C/D)
  - Nutzen des Wissens von Teilbarkeitsregeln und der Division
- L5 – Daten und Zufall
  - „Die Schülerinnen und Schüler können Lösungen von kombinatorischen Fragen systematisch darstellen“ (RLP, 2015, S.31) -> Niveaustufe C
  - Faktorzerlegungen im ersten Schritt stellen mögliche Kombinationen des Alters der drei Kinder dar und sollten von den Schülerinnen und Schülern systematisch dargestellt werden, um zum Beispiel Dopplungen zu streichen, damit in den weiteren Schritten Arbeit gespart werden kann

prozessbezogene Kompetenzen

- K2 – Probleme mathematisch lösen

→ Eignung für Klassenstufe 5/6

### Differenzierung der Aufgabe nach unten:

- Veränderung der genutzten Grundrechenarten, Veränderung der Anzahl an Hinweisen/Lösungsschritten, Veränderung der Anzahl der Kinder des Barkeepers, ...

Beispiel:

Ein Mann geht in eine Bar, bestellt ein Getränk und beginnt, mit dem Barkeeper zu sprechen. Während des Gesprächs erfährt der Kunde, dass der Barkeeper zwei Kinder hat. „Wie alt sind denn deine Kinder?“ fragt er. Der Barkeeper antwortet: „Die Summe ihres Alters ist 16“. Der Mann denkt eine Minute lang nach und sagt dann: „Das reicht nicht aus.“ Der Barkeeper antwortet: „Okay, das Alter der Kinder ist beides eine gerade Zahl.“ Der Mann grübelt weiter und meint: „Das ist immer noch nicht genug Information.“ Der Barkeeper lächelt und sagt: „Das größere Alter subtrahiert mit dem kleineren Alter ist 4.“ Der Kunde denkt noch ein paar Minuten nach und sagt schließlich: „Jetzt weiß ich, wie alt sie sind.“ Finde heraus, wie alt die Kinder des Barkeepers sind!

Der erste Hinweis über das Alter ist, dass die Summe 16 ist. Deshalb gilt es alle Kombinationen der Summe 16 aufzuschreiben.

$16 = 16 + 0$	$16 = 13 + 3$	$16 = 10 + 6$
$16 = 15 + 1$	$16 = 12 + 4$	$16 = 9 + 7$
$16 = 14 + 2$	$16 = 11 + 5$	$16 = 8 + 8$

Im zweiten Schritt gilt es herauszufinden, welche beiden Summanden gerade Zahlen sind, da beide Kinder eine gerade Zahl als Alter haben (in der Tabelle grün markiert). Daraus ergeben sich vier Möglichkeiten.

Im letzten Schritt muss die größere der beiden Zahlen mit der kleineren Zahl subtrahiert werden. Das Ergebnis soll vier sein.

$14 - 2 = 12$	$12 - 4 = 8$	$10 - 6 = 4$	$8 - 8 = 0$
---------------	--------------	--------------	-------------

Nur eine Aufgabe ergibt vier:  $10 - 6$ . Das heißt, die Kinder vom Barkeeper sind 10 Jahre und 6 Jahre alt.

### Differenzierung der Aufgabe nach oben:

- Erhöhung der Anzahl der Lösungsschritte, Erhöhung der Anzahl der Kinder, Hinzufügen von Grundrechenarten, ...

Beispiel:

Ein Mann geht in eine Bar, bestellt ein Getränk und beginnt, mit dem Barkeeper zu sprechen. Während des Gesprächs erfährt der Kunde, dass der Barkeeper vier Kinder hat. „Wie alt sind denn deine Kinder?“ fragt er. Der Barkeeper antwortet: „Das Produkt ihres Alters ist 144“. Der Mann denkt eine Minute lang nach und sagt dann: „Das reicht nicht aus.“ Der Barkeeper antwortet: „Okay, die Summe ihres Alters liegt zwischen 10 und 20.“ Der Mann denkt weiter nach und meint: „Das ist immer noch nicht genug Information.“ Der Barkeeper lächelt und sagt: „Die Summe ihres Alters ist durch drei teilbar.“ Der Mann denkt wieder eine Minute nach und sagt: „Das reicht mir immer noch nicht.“ Der Barkeeper gibt nun seinen letzten Hinweis: „Zwischen dem zweitältesten und dem jüngsten Kind liegen fünf Jahre.“ Der Kunde denkt noch kurz nach und sagt schließlich: „Jetzt weiß ich, wie alt sie sind.“ Finde heraus, wie alt die Kinder des Barkeepers sind!

Im ersten Schritt muss das Produkt 144 in vier Faktoren zerlegt werden und alle möglichen Kombinationen systematisch aufgeschrieben werden.  $144 =$

$144 \times 1 \times 1 \times 1$	$24 \times 3 \times 2 \times 1$	$12 \times 12 \times 1 \times 1$	$8 \times 3 \times 3 \times 2$
$72 \times 2 \times 1 \times 1$	$18 \times 8 \times 1 \times 1$	$12 \times 6 \times 2 \times 1$	$8 \times 6 \times 3 \times 1$
$48 \times 3 \times 1 \times 1$	$18 \times 4 \times 2 \times 1$	$12 \times 3 \times 2 \times 2$	$6 \times 4 \times 3 \times 2$
$36 \times 4 \times 1 \times 1$	$18 \times 2 \times 2 \times 2$	$12 \times 4 \times 3 \times 1$	$6 \times 6 \times 4 \times 1$
$36 \times 2 \times 2 \times 1$	$16 \times 9 \times 1 \times 1$	$9 \times 8 \times 2 \times 1$	$6 \times 6 \times 2 \times 2$
$24 \times 6 \times 1 \times 1$	$16 \times 3 \times 3 \times 1$	$9 \times 4 \times 2 \times 2$	$4 \times 4 \times 3 \times 3$

Im nächsten Schritt sagt der Barkeeper, dass die Summe des Alters zwischen 10 und 20 liegt. Dazu muss die Summe jeder Kombination ausgerechnet werden. Folgende Summen befinden sich zwischen 10 und 20 (grün markiert).

$144 + 1 + 1 + 1 = 147$	$24 + 3 + 2 + 1 = 30$	$12 + 12 + 1 + 1 = 26$	$8 + 3 + 3 + 2 = 16$
$72 + 2 + 1 + 1 = 76$	$18 + 8 + 1 + 1 = 28$	$12 + 6 + 2 + 1 = 21$	$8 + 6 + 3 + 1 = 18$
$48 + 3 + 1 + 1 = 53$	$18 + 4 + 2 + 1 = 25$	$12 + 3 + 2 + 2 = 19$	$6 + 4 + 3 + 2 = 15$
$36 + 4 + 1 + 1 = 42$	$18 + 2 + 2 + 2 = 24$	$12 + 4 + 3 + 1 = 20$	$6 + 6 + 4 + 1 = 17$
$36 + 2 + 2 + 1 = 41$	$16 + 9 + 1 + 1 = 27$	$9 + 8 + 2 + 1 = 20$	$6 + 6 + 2 + 2 = 16$
$24 + 6 + 1 + 1 = 32$	$16 + 3 + 3 + 1 = 24$	$9 + 4 + 2 + 2 = 17$	$4 + 4 + 3 + 3 = 14$

Der nächste Hinweis besagt, dass die Summe durch drei teilbar ist. Die acht Möglichkeiten müssen nun dahingehend untersucht werden:

Summe durch 3 teilbar	Summe nicht durch 3 teilbar	
$8 + 6 + 3 + 1 = 18$	$12 + 3 + 2 + 2 = 19$	$6 + 6 + 4 + 1 = 17$
$6 + 4 + 3 + 2 = 15$	$9 + 4 + 2 + 2 = 17$	$6 + 6 + 2 + 2 = 16$
	$8 + 3 + 3 + 2 = 16$	$4 + 4 + 3 + 3 = 14$

Übrig bleiben zwei Möglichkeiten: 8, 6, 3, 1 und 6, 4, 3, 2. Der letzte Hinweis lautet, dass zwischen dem Zweitältesten und dem Jüngsten fünf Jahre liegen. Deshalb muss die zweitgrößte Zahl mit der kleinsten Zahl subtrahiert werden. Das Ergebnis muss fünf sein.

$$6 - 1 = 5$$

$$4 - 2 = 2$$

Man erhält folgende Lösung: Die Kinder des Barkeepers sind 8 Jahre, 6 Jahre, 3 Jahre und 1 Jahr alt.