Eine Pizza mehrfach teilen

(fragmentarischer) Unterrichtsentwurf zum Thema

„Anteile von Anteilen bestimmen"

Eine Einführungsstunde zur Multiplikation von Brüchen

1. Individuelle Kompetenzentwicklung

Angabe, in welchem Bereich Sie sich in dieser Stunde weiterentwickeln möchten

2. Thema und Überblick zur der Unterrichtssequenz

Thema: Rechnen mit Brüchen

Leitidee der gesamten Sequenz: [L1] Zahlen und Operationen (Operationsvorstellungen und Rechenstrategien)

(tabellarischer) Überblick über die Unterrichtsreihe / Unterrichtssequenz:

Stunde	Datum	Stundenthema Inhalt	Kompetenz- und Standardbezug	Bemerkungen

3. Thema der Unterrichtsstunde

Thema: Eine Pizza mehrfach teilen – Anteile von Anteilen bestimmen

Inhalt: Multiplikation von echten Brüchen erkunden und Regelmäßigkeiten erkennen

4. Unterrichtsvoraussetzungen

Allgemein: Angaben, die für alle (Mathematik-)Stunden relevant sind

Speziell: Angaben, die nur Auswirkungen auf die konkrete Stunde haben können

5. Kompetenzen und Standards

	prozessbezogen	inhaltsbezogen
Standards und Kompetenzen gemäß RLP	**[K1] Argumentieren** Die Schülerinnen und Schüler können … …Zusammenhänge und Strukturen erkennen und Vermutungen zu mathematischen Situationen aufstellen (RLP Teil C - Mathematik S.19)	**[L1] Zahlen und Operationen – Operationsvorstellungen und Rechenstrategien** Die Schülerinnen und Schüler können … … Rechenstrategien, -verfahren, -regeln … der Grundrechenoperationen nutzen (auch im Bereich der gebrochenen Zahlen) (RLP Teil C - Mathematik S.23) **Themen und Inhalte:** Zuordnen der Vorstellungen der Anteilbildung zur Multiplikation Prüfen der Übertragbarkeit der bisherigen Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen auf den Bereich der gebrochenen Zahlen Ausführen und Beschreiben des Rechnens mit gemeinen Brüchen (RLP
Stand der Komptenz-entwicklung	Die Schüler_innen … … sind gewohnt, aus einer Anzahl verschiedener (vorgegebener) Beispiele eine mögliche Gesetzmäßigkeit abstrahierend zu vermuten und propädeutisch zu begünden.	Die Schüler_innen … … wissen, dass ein Stammbruch den Anteil eines Ganzen und ein echter Bruch den Anteil mehrerer gleicher Teile eines Ganzen beschreibt. … können natürliche Zahlen im Zahlenraum bis 100 im Kopf multiplizieren
Konkretisierung für die aktuelle Stunde	Die Schüler_innen … … entdecken, dass die Berechnung von Anteilen von Anteilen eines Ganzen über das Ergebnis der Multiplikation der beiden (echten) Brüche bestimmt werden kann. … begründen propädeutisch, warum das Produkt zweier echter Brüche inhaltlich die Bestimmung des Anteils eines Anteils beschreibt.	

Individuelle Kompetenzentwicklung aufgrund der exemplarischen Analyse der Lerngruppenheterogenität:

Teilgruppe bzw. Niveaustufe (Repräsentant_innen)	Aktueller Lernstand , mögliche Schwierigkeiten	angestrebte Kompetenzförderung	Maßnahmen zur individuellen Kompetenzentwicklung

Da keine(!) Lerngruppe homogen ist, werden zumindest bezüglich der konkreten Stunde weitgehend homogene Teilgruppen benannt, für die differenzierte Konzepte angegeben werden.

6. Fachlicher Schwerpunkt und didaktische Analyse

Fachlicher Schwerpunkt: In der Fachwissenschaft wird die Multiplikation als eine Verknüpfung auf einer bestimmten (Zahl-)Menge eingeführt und ist als solche unabhängig von einer analog eingeführten Addition, ihr Zusammenhang ergibt sich lediglich aus den Axiomen der entsprechenden algebraischen Strukturen der Gruppe bzw. Körpers.
Im Bereich der natürlichen Zahlen kann dagegen die Multiplikation zusätzlich als eine (vereinfachende) wiederholte Addition aufgefasst werden. Diese Einführung ist zwar in den unteren Klassen durchaus (vordergründig) tragfähig und sinnstiftend für Schüler_innen, aber für den Bereich der gebrochenen Zahlen nicht mehr übernehmbar: So kann zwar noch die Multiplikation einer natürlichen Zahl mit einem Bruch als wiederholte Addition aufgefasst werden (z.B. $3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$), im Falle der Multiplikation zweier Brüche jedoch ist dieses Modell unbrauchbar (wie soll man z.B. $\frac{1}{2}$ nur „$\frac{1}{2}$ – mal“ aufschreiben – und was wird dann addiert?). Eine Verallgemeinerung der bisherigen Vorstellungen der Multiplikation ist so nicht möglich.
Tragfähig ist dagegen der Ansatz, sich auf die Vorstellung des Bruches als (An-)Teil eines Ganzen zu beziehen.

Didaktische Reduktion: Es werden lediglich echte Brüche thematisiert.

Grundlegende Aufgabe zur Stunde: Die Einstiegsaufgabe „Frau Meier bestellt für Sihan und Silja eine Pizza. Damit es gerecht zugeht, erhalten beide eine halbe Pizza, die nun vor ihnen auf dem Teller liegt. Während Sihan seine halbe Pizza aufisst, schafft Silja nur dreiviertel ihrer halben Pizza. Welchen Anteil der Pizza haben Sihan bzw. Silja gegessen? Wie viel von der Pizza ist noch übrig?“

Maßnahmen zur Sprachförderung: Zur Förderung mathematisch korrekter Argumentationen und Begründungen werden folgende Formlierungsvorschläge auf einem Arbeitsblatt vorgegeben, die insbesondere logische Argumentationstrukturen :
„Zuerst haben wir …“ , „Dann haben wir …“ ,
„Wir haben festgestellt, dass …“ ,
„Weil … haben wir geschlossen, dass … “ ,
„Weil laut Aufgabe … gilt, konnten wir … berechnen.“ ,
„Schließlich haben wir überprüft, dass … „.

Weitere Aspekte RLP TeilB:

7. Begründung der Lehr- und Lernstruktur

Begründung(!), nicht nur Darstellung der methodischen Entscheidungen

8. Verlaufsplanung

<table>
<tr><th colspan="2">Zeitangaben</th><th colspan="2">Phase/Intention
Prozessablauf</th><th rowspan="2">Sozialform/
Medien</th></tr>
<tr><td>Zeit</td><td>Dauer</td><td>Ggf. Aktivitäten / Impulse der Lehrkraft</td><td>Ggf. Schüler_innenaktivitäten</td></tr>
</table>

9. Antizipation grundsätzlicher Schwierigkeiten und Alternativen

Angabe grundsätzlicher Schwierigkeiten, die die geplante Stunde nicht durchführbar machen, nicht die Diskussion zu erwartender Schwierigkeiten.

10. Ausblick auf die weitere Planung

11. Medien

12. Literaturangaben

13. Anlagen

Sitzplan:

Materialien/ OH-Folien:

Whiteboard-Folien:

Antizipiertes Tafelbild:

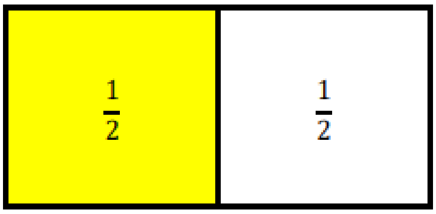
Schülermaterialien / Arbeitsbögen:

Klasse 6
Bruchrechnung

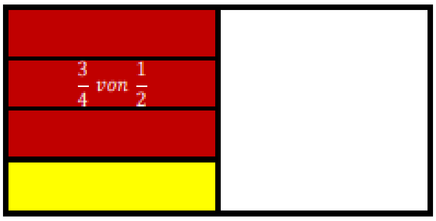
Anteile von Anteilen

BEISPIEL:
Lösung der Pizza-Aufgabe „Was sind $\frac{3}{4}$ von $\frac{1}{2}$?"

Zeichne zunächst jeweils $\frac{1}{2}$ in das Ganze ein.

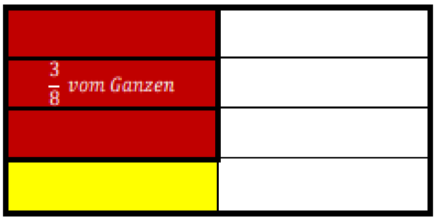


Zeichne zunächst jeweils $\frac{1}{2}$ in das Ganze ein.
Zeichne dann $\frac{3}{4}$ von dem „linken" $\frac{1}{2}$ ein.



Zeichne zunächst jeweils $\frac{1}{2}$ in das Ganze ein.
Zeichne dann $\frac{3}{4}$ von dem „linken" $\frac{1}{2}$ ein.

Teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile die $\frac{3}{4}$ von dem „linken" $\frac{1}{2}$ bezogen auf das Ganze sind.



Ergebnis: Es sind 3 von 8 Teilen, also $\frac{3}{8}$.

Überarbeitet für Ma Pri EW 21- 2022-03-01
© Hans-Joachim Brehm

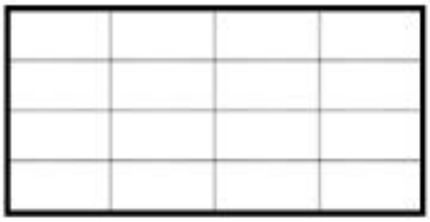
WiB/ MA-PRI_EW_21/ AB_ANTEILE - ***1/4***

AUFGABE 1:
Löse nun auf die gleiche Art und Weise!

(1.1) Was sind $\frac{3}{4}$ von $\frac{3}{4}$?

- Ich zeichne zunächst ____ in das Ganze ein.
- Ich zeichne dann ___ von diesen ___ ein.

- Ich teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile ____ von diesen ____ sind.

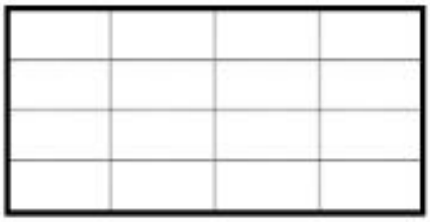


Ergebnis: Es sind ____ von ____ Teilen, also ____ .

(1.2) Was sind $\frac{1}{4}$ von $\frac{3}{4}$?

- Ich zeichne zunächst ____ in das Ganze ein.
- Ich zeichne dann ___ von diesen ___ ein.

- Ich teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile ____ von diesen ____ sind.

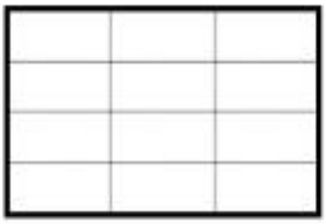


Ergebnis: Es sind ____ von ____ Teilen, also ____ .

(1.3) Was sind $\frac{3}{4}$ von $\frac{2}{3}$?

- Ich zeichne zunächst ____ in das Ganze ein.
- Ich zeichne dann ___ von diesen ___ ein.

- Ich teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile ____ von diesen ____ sind.

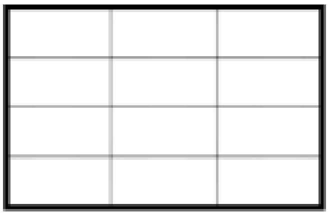


Ergebnis: Es sind ____ von ____ Teilen, also ____ .

(1.4) Was sind $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$?

- Ich zeichne zunächst ____ in das Ganze ein.
- Ich zeichne dann ___ von diesen ___ ein.

- Ich teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile ____ von diesen ____ sind.

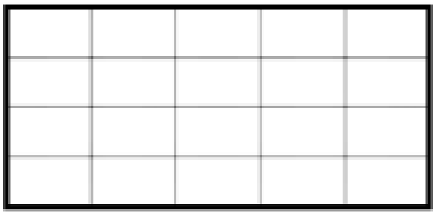


Ergebnis: Es sind ____ von ____ Teilen, also ____ .

(1.5) Was sind $\frac{3}{4}$ von $\frac{2}{5}$?

- Ich zeichne zunächst ____ in das Ganze ein.
- Ich zeichne dann ___ von diesen ___ ein.

- Ich teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile ____ von diesen ____ sind.

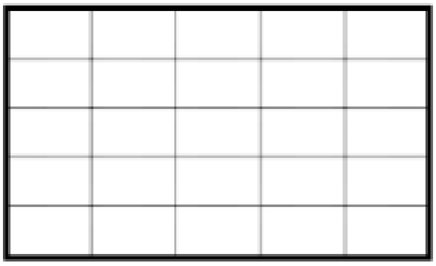


Ergebnis: Es sind ____ von ____ Teilen, also ____ .

(1.6) Was sind $\frac{3}{5}$ von $\frac{2}{5}$?

- Ich zeichne zunächst ____ in das Ganze ein.
- Ich zeichne dann ___ von diesen ___ ein.

- Ich teile nun das Ganze in gleich große Teile und zähle aus, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist und wie viele Teile ____ von diesen ____ sind.



Ergebnis: Es sind ____ von ____ Teilen, also ____ .

AUFGABE 2:
Trage die bisherigen Ergebnisse zusammen und interpretiere sie!

Trage die Ergebnisse der obigen Beispiele in die Tabelle ein und überlege dann, wie man von den Ausgangsgrößen das Ergebnis leicht berechnen kann, trage die Rechnung unter „Rechnung" ein!

Bsp.	Es sind	$\frac{3}{4}$	von	$\frac{1}{2}$	genau	$\frac{3}{8}$	Rechnung:
(1.1)	Es sind		von		genau		Rechnung:
(1.2)	Es sind		von		genau		Rechnung:
(1.3)	Es sind		von		genau		Rechnung:
(1.4)	Es sind		von		genau		Rechnung:
(1.5)	Es sind		von		genau		Rechnung:
(1.6)	Es sind		von		genau		Rechnung:

AUFGABE 3:
Formuliere eine Regel, wie man rechnerisch den Bruchteil eines Bruchteiles bestimmen kann!